

Osmi Simpozijum Matematika i Primene

# Preliminarne jednačine zavisnosti inklinacije i argumenta pericentra i vremena kretanja asteroida preko rezonanci u srednjem kretanju

Ivana Milić Žitnik

[ivana@aob.rs](mailto:ivana@aob.rs)

17-18.11.2017.

Beograd, Srbija



## Uvod

- Motivacija
- Orbita asteroida

## Metode

- Izbor rezonanci u srednjem kretanju
- Karakteristike rezonanci u srednjem kretanju
- Vremenski trenuci ulaza i izlaza iz naših rezonanci

## Rezultati

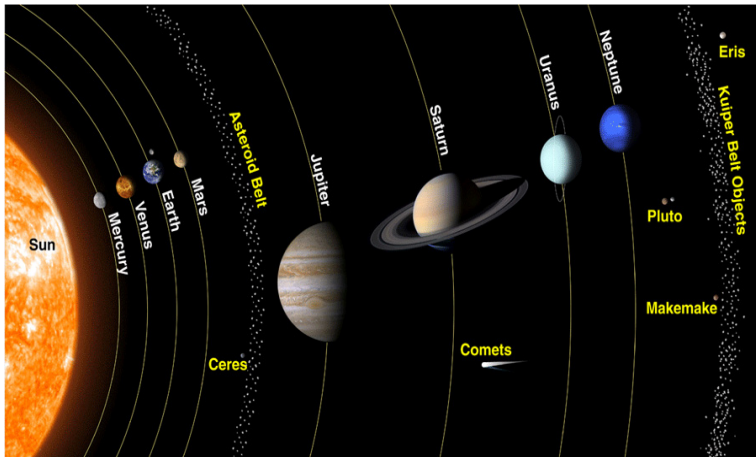
- Funkcionalna veza između  $SR$ ,  $dtr$ ,  $da/dt$
- Funkcionalna veza između  $e$ ,  $SR$ ,  $dtr$ ,  $da/dt$
- Funkcionalna veza između  $i$ ,  $SR$ ,  $dtr$ ,  $da/dt$
- Funkcionalna veza između  $\omega$ ,  $SR$ ,  $dtr$ ,  $da/dt$

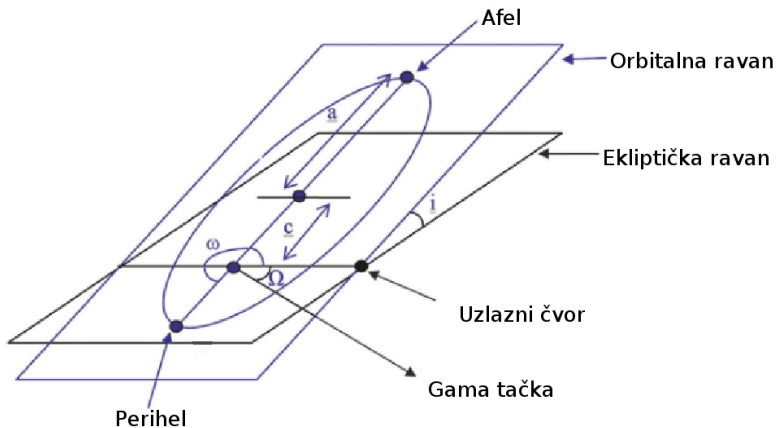
## Zaključak



- ▶ Gravitacione i negravitacione sile
- ▶ Rezonance u srednjem kretanju
- ▶ Efekat Jarkovskog
- ▶ Promena velike poluose asteroida u rezonancama u srednjem kretanju pod uticajem efekta Jarkovskog

- ▶ Mala tela
- ▶ Ključ za razumevanje formiranja Sunčevog sistema



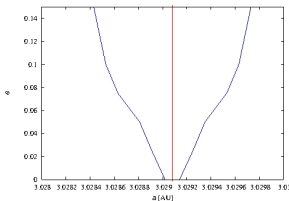




- ▶ Ivan Osipovich Yarkovsky (1844-1902), Ruski inženjer
- ▶  $(3-5) \times 10^{-4}$  AJ/Mgod za asteroide prečnika  $R = 1$  km u Glavnom asteroidnom pojasu (Vokrouhlický *et al.* 2015)
- ▶  $da/dt \approx \frac{1}{R}$ ,  $0.1 < R < 30$  km ( $R$  je prečnik)

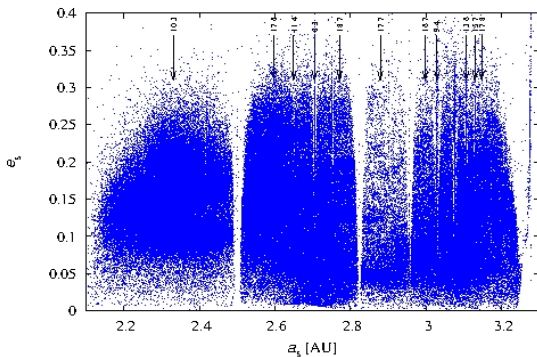


- ▶ Numeričke integracije *ORBIT9* (Milani & Nobili 1988)
- ▶ 66 000 test asteroida
- ▶ 10 ekvidistantnih brzina Jarkovskog  
 $\{-4 \times 10^{-5}, \dots, -2 \times 10^{-3}\}$  AJ/Mgod
- ▶ Orbitalno kretanje 40-120 Mgod
- ▶ Definisavanje granica rezonanci u srednjem kretanju  
Numerička metoda (Milić Žitnik & Novaković 2015, 2016)





- ▶ 11 izolovanih rezonanci sa Jupiterom (Milić Žitnik & Novaković 2016)





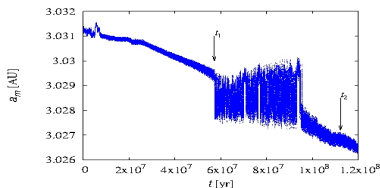
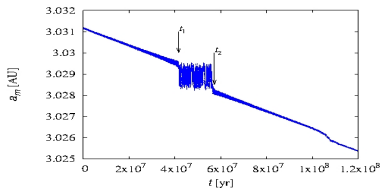


$k:k_j$	$q$	$a_{rez}$ [AJ]	$SR$
7:3	4	2.95652	0.00003509070792
9:4	5	3.02908	0.00000676555192
8:3	5	2.70470	0.00000219867213
13:6	7	3.10626	0.00000027294620
15:7	8	3.12923	0.00000005640444
11:4	7	2.64978	0.00000002891613
17:8	9	3.14673	0.00000001181632
10:3	7	2.33084	0.00000000617311
16:7	9	2.99744	0.00000000448720
17:7	10	2.87871	0.00000000033103
18:7	11	2.77108	0.00000000002283
17:6	11	2.59757	0.00000000000599

- ▶ Jačine rezonanci u srednjem kretanju (Gallardo 2006)

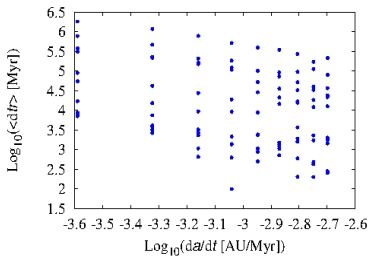
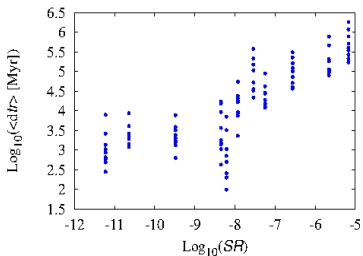


- ▶ Momenat ulaska ( $t_1$ ) i izlaska ( $t_2$ ) iz rezonance
- ▶ Vreme provedeno u rezonanci:  $dtr = (t_2 - t_1) - \Delta a / (da/dt)$   
 $\Delta a = a_2 - a_1$  za trenutke  $t_2, t_1$ ;  $da/dt$  - brzina Jarkovskog



# Rezultati

Funkcionalna veza između  $SR$ ,  $dtr$ ,  $da/dt$





Milić Žitnik & Novaković 2016:

$$\langle dtr \rangle = c_1 (SR)^\beta \left(\frac{da}{dt}\right)^\gamma$$

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = \beta \log_{10}(SR) + \gamma \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2$$

za  $e \approx 0.1$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $\omega = 60^\circ$ :

$$\beta = 0.44 \pm 0.03, \quad \gamma = -1.09 \pm 0.20, \quad c_2 = 4.35 \pm 0.66 \quad 11 \text{ rezonanci}$$

$$\beta = 0.47 \pm 0.04, \quad \gamma = -0.97 \pm 0.15, \quad c_2 = 5.11 \pm 0.54 \quad 6 \text{ rezonanci}$$

$$\langle dtr \rangle = 10^{-1} \sqrt{SR} \left(\frac{da}{dt}\right)^{-1}$$

$SR$  zavisi od  $e$ ,  $i$ ,  $\omega$  (Malhotra 1994, Gallardo 2006)

# Rezultati

Funkcionalna veza između  $e$ ,  $SR$ ,  $dtr$ ,  $da/dt$

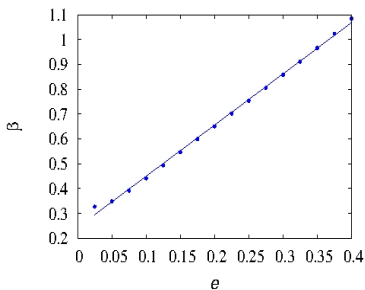


$e$	$\beta \pm \sigma_\beta$	$\gamma \pm \sigma_\gamma$	$C_2 \pm \sigma_{C_2}$
0.025	$0.327 \pm 0.024$	$-1.092 \pm 0.207$	$4.460 \pm 0.680$
0.050	$0.348 \pm 0.025$	$-1.092 \pm 0.207$	$4.325 \pm 0.675$
0.075	$0.392 \pm 0.028$	$-1.092 \pm 0.204$	$4.332 \pm 0.665$
0.100	$0.441 \pm 0.030$	$-1.092 \pm 0.201$	$4.347 \pm 0.656$
0.125	$0.494 \pm 0.034$	$-1.092 \pm 0.199$	$4.374 \pm 0.649$
0.150	$0.546 \pm 0.037$	$-1.092 \pm 0.197$	$4.399 \pm 0.645$
0.175	$0.598 \pm 0.040$	$-1.092 \pm 0.196$	$4.418 \pm 0.642$
0.200	$0.650 \pm 0.043$	$-1.092 \pm 0.196$	$4.432 \pm 0.641$
0.225	$0.702 \pm 0.047$	$-1.092 \pm 0.196$	$4.440 \pm 0.641$
0.250	$0.754 \pm 0.050$	$-1.092 \pm 0.196$	$4.445 \pm 0.643$
0.275	$0.805 \pm 0.054$	$-1.092 \pm 0.197$	$4.447 \pm 0.646$
0.300	$0.858 \pm 0.058$	$-1.092 \pm 0.198$	$4.450 \pm 0.649$
0.325	$0.911 \pm 0.062$	$-1.092 \pm 0.200$	$4.455 \pm 0.654$
0.350	$0.966 \pm 0.067$	$-1.092 \pm 0.201$	$4.464 \pm 0.659$
0.375	$1.023 \pm 0.071$	$-1.092 \pm 0.202$	$4.482 \pm 0.663$
0.400	$1.084 \pm 0.076$	$-1.092 \pm 0.203$	$4.511 \pm 0.667$



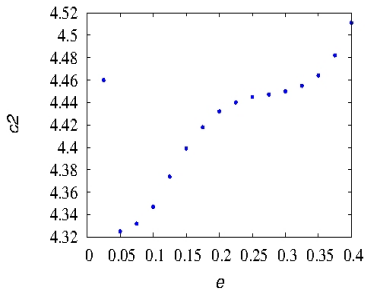
Funkcionalna zavisnost izmedu  $e$  i  $\beta$  za  $0.025 \leq e \leq 0.4$ ,  $i = 5^\circ$ ,  
 $\omega = 60^\circ$ .

$\beta = ae + b$ ,  $a = 2.06 \pm 0.02$ ,  $b = 0.24 \pm 0.01$  za 11 rezonanci



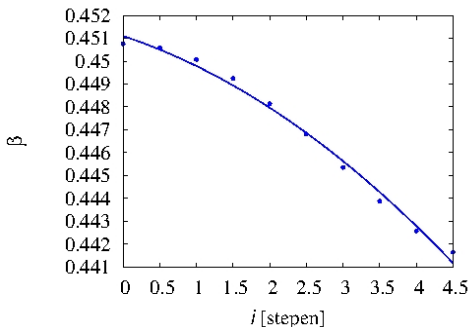


Funkcionalna zavisnost između  $e$  i  $c_2$  ima oscilacije oko linearnog trenda za  $0.025 \leq e \leq 0.4$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $\omega = 60^\circ$ .





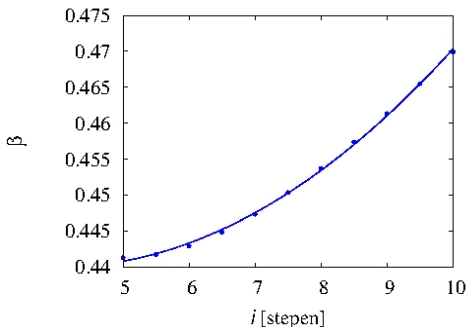
- ▶ Funkcija između  $i$  i  $\beta$  za  $0^\circ \leq i < 5^\circ$ ,  $e = 0.1$ ,  $\omega = 60^\circ$ .
- ▶  $\beta = ai^2 + bi + c$ ,  $a = -0.00025 \pm 0.00006$ ,  
 $b = -0.00106 \pm 0.00028$ ,  $c = 0.45110 \pm 0.00027$   
za 11 rezonanci





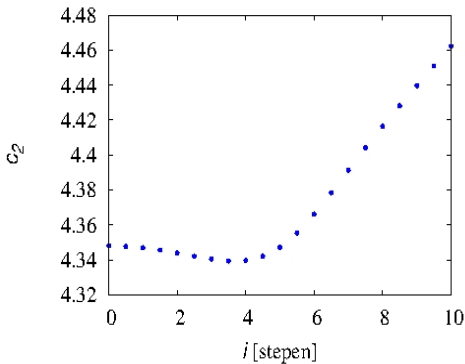


- ▶ Funkcija između  $i$  i  $\beta$  za  $5^\circ \leq i \leq 10^\circ$ ,  $e = 0.1$ ,  $\omega = 60^\circ$ .
- ▶  $\beta = ai^2 + bi + c$ ,  $a = 0.00085 \pm 0.00005$ ,  
 $b = -0.00678 \pm 0.00074$ ,  $c = 0.45356 \pm 0.00270$   
za 11 rezonanci



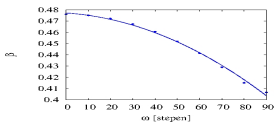


- ▶ Funkcionalna veza između  $i$  i  $c_2$  za  $0^\circ \leq i \leq 10^\circ$ ,  $e = 0.1$ ,  $\omega = 60^\circ$ .

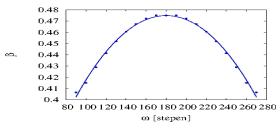




$\beta = a\omega^2 + b\omega + c$ ,  $a = -0.0000076 \pm 0.0000008$ ,  
 $b = -0.00013 \pm 0.00007$ ,  $c = 0.47713 \pm 0.00142$  za  $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$ ,  
 $e = 0.1$ ,  $i = 5^\circ$ .

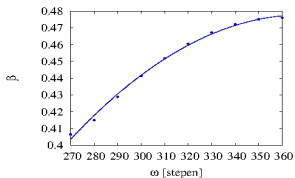


$\beta = a\omega^2 + b\omega + c$ ,  $a = -0.0000089 \pm 0.0000002$ ,  
 $b = 0.00321 \pm 0.00006$ ,  $c = 0.18562 \pm 0.00533$  za  $90^\circ \leq \omega \leq 270^\circ$ ,  
 $e = 0.1$ ,  $i = 5^\circ$ .



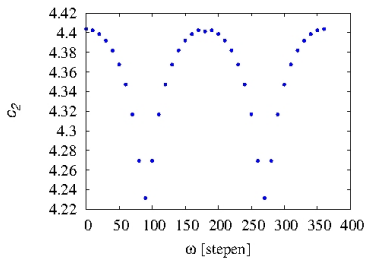


$\beta = a\omega^2 + b\omega + c$ ,  $a = -0.0000076 \pm 0.0000008$ ,  
 $b = 0.00560 \pm 0.00050$ ,  $c = -0.55539 \pm 0.07772$   
za  $270^\circ \leq \omega \leq 360^\circ$ ,  $e = 0.1$ ,  $i = 5^\circ$ .





- ▶ Funkcionalna veza između  $\omega$  i  $c_2$  za  $0^\circ \leq \omega \leq 360^\circ$ ,  $e = 0.1$ ,  $i = 5^\circ$ .





- ▶  $F(\langle dtr \rangle, e, SR, da/dt)$  za  $0.025 \leq e \leq 0.4$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $\omega = 60^\circ$ :

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = (2.06e + 0.24) \log_{10}(SR) - 1.09 \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2$$

- ▶  $F(\langle dtr \rangle, i, SR, da/dt)$

za  $0^\circ \leq i < 5^\circ$ ,  $e = 0.1$ ,  $\omega = 60^\circ$ :

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = (ai^2 + bi + c) \log_{10}(SR) - 1.09 \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2$$

za  $5^\circ \leq i \leq 10^\circ$ ,  $e = 0.1$ ,  $\omega = 60^\circ$ :

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = (ai^2 + bi + c) \log_{10}(SR) - 1.09 \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2$$



- ▶  $F(\langle dtr \rangle, \omega, SR, da/dt)$

za  $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ, i = 5^\circ, e = 0.1$ :

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = (a\omega^2 + b\omega + c) \log_{10}(SR) - 1.09 \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2$$

za  $90^\circ \leq \omega \leq 270^\circ, i = 5^\circ, e = 0.1$ :

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = (a\omega^2 + b\omega + c) \log_{10}(SR) - 1.09 \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2$$

za  $270^\circ \leq \omega \leq 360^\circ, i = 5^\circ, e = 0.1$ :

$$\log_{10}(\langle dtr \rangle) = (a\omega^2 + b\omega + c) \log_{10}(SR) - 1.09 \log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) + c_2$$



***HVALA VAM NA PAŽNJI!***